

Лекція 4

Вимірювання кутів. Суміжні та вертикальні кути.

Паралельні прямі. Ознаки паралельності двох прямих. Властивості паралельних прямих.

Трикутник та його елементи. Сума кутів трикутника. Рівнобедрений трикутник.

Суміжні та вертикальні кути

Означення. Два променя, які мають спільний початок і утворюють пряму, називаються **доповняльними променями** (оскільки доповнюють один одного до прямої).

Означення. Два кути називаються **суміжними**, якщо у них одна сторона спільна, а дві інші є доповняльними променями.

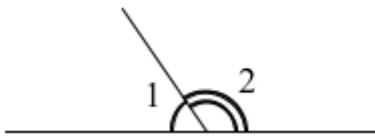


рис. 1

На рис. 1 $\angle 1$ і $\angle 2$ – суміжні.

Теорема (властивість суміжних кутів). Сума суміжних кутів дорівнює 180° .

Тобто, якщо $\angle 1$ і $\angle 2$ – суміжні, то $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

Означення. Два кути називаються **вертикальними**, якщо сторони одного кута є доповняльними променями сторін другого.

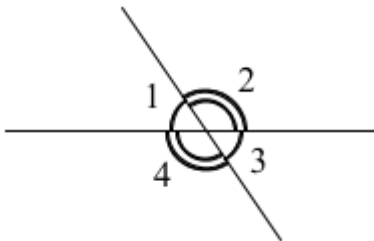


рис. 2

На рис. 2 є дві пари вертикальних кутів:

$\angle 1$ і $\angle 3$ – вертикальні

$\angle 2$ і $\angle 4$ – вертикальні.

Теорема (властивість вертикальних кутів). Вертикальні кути рівні.

Тобто, якщо $\angle 1$ і $\angle 3$ – вертикальні, то $\angle 1 = \angle 3$.

ЗАДАЧА 1. Два кути мають спільну сторону, а їхня сума становить 180° . Чи можна стверджувати, що ці кути є суміжними?

Розв'язання. Можливі два варіанти.

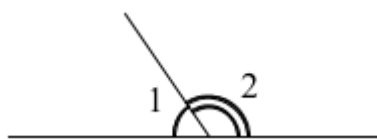


рис. 3

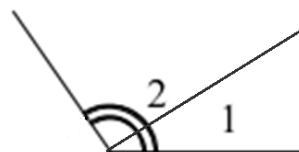


рис. 4

1) Дані кути лежать по різні боки від спільної сторони (див рис. 3). Тоді одна сторона у них спільна, а дві інші є доповняльними променями (оскільки за умовою сума кутів становить 180°). В даному випадку кути будуть суміжними.

2) Дані кути лежать по один бік від спільної сторони (див рис. 4). Тоді одна сторона у них спільна, а дві інші не є доповняльними променями. В даному випадку кути не будуть суміжними.

Отже, кути не завжди будуть суміжними.

Відповідь: кути не завжди будуть суміжними.

ЗАДАЧА 2. Обчислити кут між бісектрисами суміжних кутів.

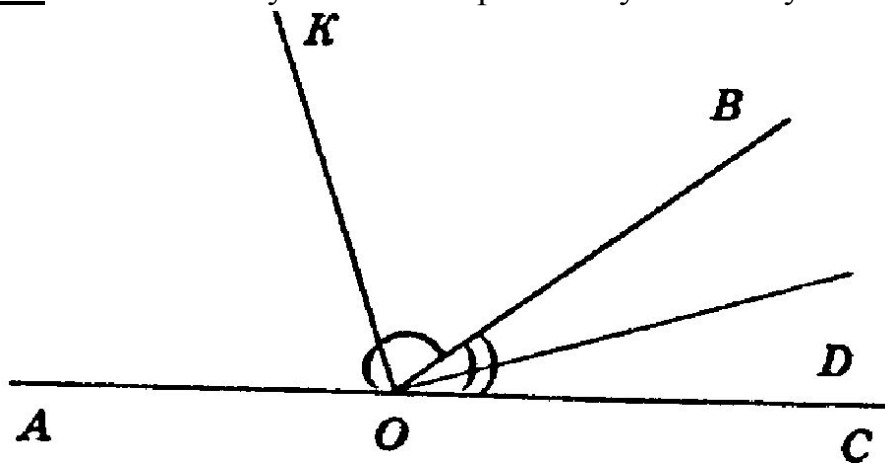


рис. 5

Розв'язання. Нехай $\angle AOB$ і $\angle BOC$ – суміжні, OK – бісектриса $\angle AOB$, OD – бісектриса $\angle BOC$ (див. рис. 5). Знайдемо кут між бісектрисами даних суміжних кутів, тобто $\angle KOD$.

За умовою OK – бісектриса $\angle AOB$, тоді за її означення $\angle AOK = \angle KOB$. Нехай $\angle AOK = \angle KOB = \alpha$. Також OD – бісектриса $\angle BOC$, тоді $\angle BOD = \angle DOC$. Нехай $\angle BOD = \angle DOC = \beta$.

$\angle AOB$ і $\angle BOC$ – суміжні, тоді за їх властивістю $\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$. Але $\angle AOB + \angle BOC = (\angle AOK + \angle KOB) + (\angle BOD + \angle DOC) = 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, звідси $\alpha + \beta = 90^\circ$.

Отже, $\angle KOD = \angle KOB + \angle BOD = \alpha + \beta = 90^\circ$.

Відповідь: 90° .

ЗАДАЧА 3. Два кути відносяться як $1 : 4$, а суміжні з ними – як $14 : 11$. Знайдіть дані кути.

Розв'язання. Нехай $\angle 1$ і $\angle 2$ – задані кути, а відповідно $\angle 3$ і $\angle 4$ – суміжні з ними, причому $\angle 1 : \angle 2 = 1 : 4$ і $\angle 3 : \angle 4 = 14 : 11$. Знайдемо $\angle 1$ і $\angle 2$.

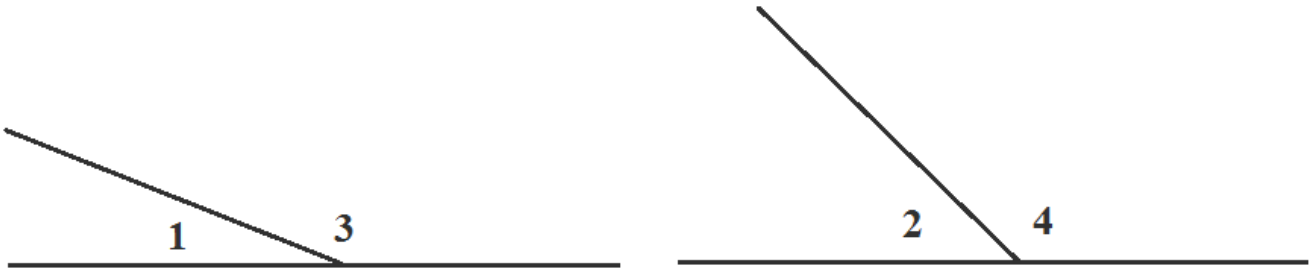


рис. 6

За умовою $\angle 1 : \angle 2 = 1 : 4$. Нехай x – коефіцієнт пропорційності, тоді $\angle 1 = x^\circ$ і $\angle 2 = 4x^\circ$.

$\angle 1$ і $\angle 3$ – суміжні, тоді за їх властивістю $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$, звідси $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = (180 - x)^\circ$.

$\angle 2$ і $\angle 4$ – суміжні, тоді за їх властивістю $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$, звідси $\angle 4 = 180^\circ - \angle 2 = (180 - 4x)^\circ$.

За умовою $\angle 3 : \angle 4 = 14 : 11$, тоді можемо записати пропорцію

$$\frac{\angle 3}{\angle 4} = \frac{180 - x}{180 - 4x} = \frac{14}{11}$$

Використовуючи властивість пропорції (у пропорції добуток крайніх членів дорівнює добутку середніх членів), отримаємо рівняння:

$$11(180 - x) = 14(180 - 4x);$$

$$1980 - 11x = 2520 - 56x;$$

$$45x = 540;$$

$$x = 12.$$

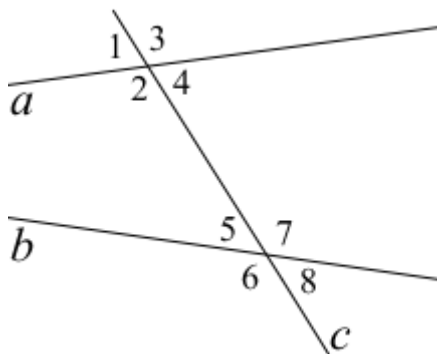
Отже, $\angle 1 = 12^\circ$, а $\angle 2 = 48^\circ$.

Відповідь: 12° та 48° .

Паралельні прямі. Перетин двох прямих січною

Означення. Дві прямі, які лежать в одній площині і не перетинаються, називаються **паралельними**.

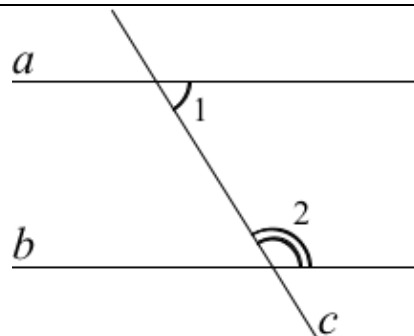
Означення. Пряма c яка перетинає дві прямі a і b називається **січною** цих прямих.



Назва кута	Приклади
внутрішні односторонні	$\angle 2$ і $\angle 5$ $\angle 4$ і $\angle 7$
внутрішні різносторонні	$\angle 2$ і $\angle 7$ $\angle 4$ і $\angle 5$
відповідні	$\angle 1$ і $\angle 5$ $\angle 2$ і $\angle 6$ $\angle 3$ і $\angle 7$ $\angle 4$ і $\angle 8$

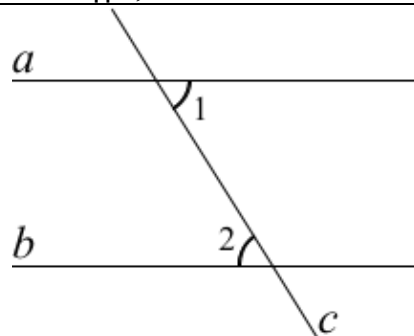
Кути при паралельних прямих і січній

Теорема (властивість внутрішніх односторонніх кутів). Якщо дві паралельні прямі перетнуті третьою прямою, то сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180° .



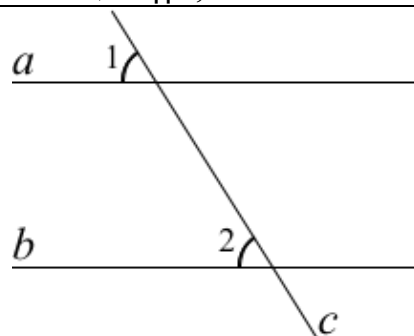
Якщо $a \parallel b$, то $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

Теорема (властивість внутрішніх різносторонніх кутів). Якщо дві паралельні прямі перетнуті третьою прямою, то внутрішні різносторонні кути рівні.



Якщо $a \parallel b$, то $\angle 1 = \angle 2$.

Теорема (властивість відповідних кутів). Якщо дві паралельні прямі перетнуті третьою прямою, то відповідні кути рівні.



Якщо $a \parallel b$, то $\angle 1 = \angle 2$.

ЗАДАЧА 3. На рис. 7 $AB \parallel CD$, $\angle BAO = 150^\circ$, $\angle OCD = 20^\circ$. Знайдіть градусну міру кута AOC .

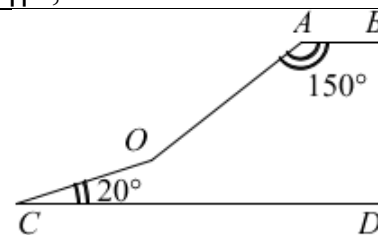


рис. 7

Розв'язання. Для розв'язання даної задачі потрібно зробити побудову.

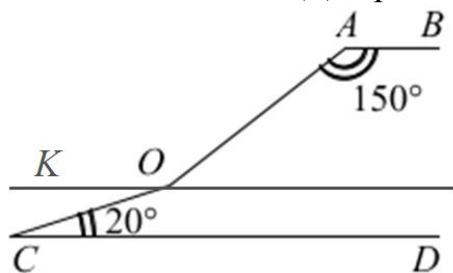


рис. 8

$KO \parallel AB$ – за побудовою (див. рис. 8). За умовою $AB \parallel CD$, тоді $KO \parallel CD$.

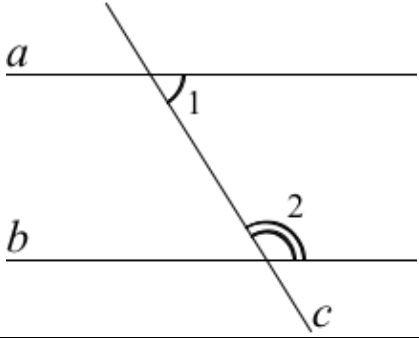
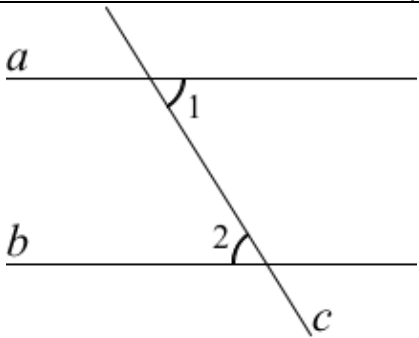
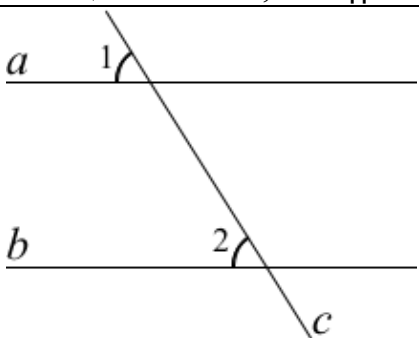
$\angle BAO = \angle KOA = 150^\circ$ - як внутрішні різносторонні при $KO \parallel AB$ і січній AO .

$\angle OCD = \angle KOC = 20^\circ$ - як внутрішні різносторонні при $KO \parallel CD$ і січній CO .

Тоді $\angle AOC = \angle KOA + \angle KOC = 150^\circ + 20^\circ = 170^\circ$.

Відповідь: 170° .

Ознаки паралельності прямих

<p><u>Теорема (ознака паралельності прямих за внутрішніми односторонніми кутами).</u> Якщо сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180°, то прямі паралельні.</p>	
<p>Якщо $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, то $a \parallel b$.</p>	
<p><u>Теорема (ознака паралельності прямих за внутрішніми різносторонніми кутами).</u> Якщо внутрішні різносторонні кути рівні, то прямі паралельні.</p>	
<p>Якщо $\angle 1 = \angle 2$, то $a \parallel b$.</p>	
<p><u>Теорема (ознака паралельності прямих за відповідними кутами).</u> Якщо відповідні кути рівні, то прямі паралельні.</p>	
<p>Якщо $\angle 1 = \angle 2$, то $a \parallel b$.</p>	

ЗАДАЧА 5. За даними рис. 9 обчисліть градусну міру кута x .

Розв'язання. Перед тим, як розв'язувати задачу, зробимо деякі позначення (див. рис. 10). На даному рисунку $\angle 1 = 70^\circ$, $\angle 2 = 110^\circ$, $\angle 3 = 130^\circ$, а $\angle 5$ – шуканий.

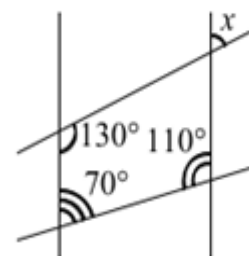


рис. 9

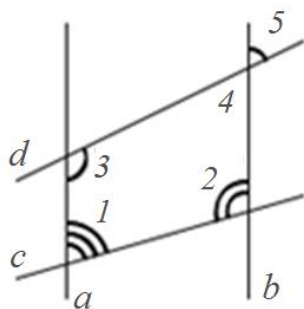


рис. 10

$\angle 1$ і $\angle 2$ – внутрішні односторонні кути, що утворені при перетині прямих a і b січною c , причому $\angle 1 + \angle 2 = 70^\circ + 110^\circ = 180^\circ$. Звідси за ознаками паралельності прямих $a \parallel b$.

$\angle 3$ і $\angle 4$ – внутрішні односторонні кути, що утворені при перетині паралельних прямих a і b січною c , тоді за їх властивістю: $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$. Отримаємо, що $\angle 4 = 180^\circ - \angle 3 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$.

$\angle 4$ і $\angle 5$ – вертикальні, тоді за їх властивістю $\angle 5 = \angle 4 = 50^\circ$.

Відповідь: 50° .

ЗАДАЧА 6. На рис. 11 $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle BCD = 80^\circ$ і $\angle CDE = 160^\circ$. Доведіть, що $AB \parallel DE$.

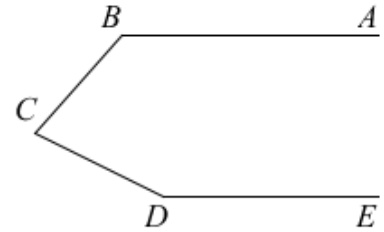


рис. 11

Розв'язання. Для розв'язання даної задачі потрібно зробити побудову.

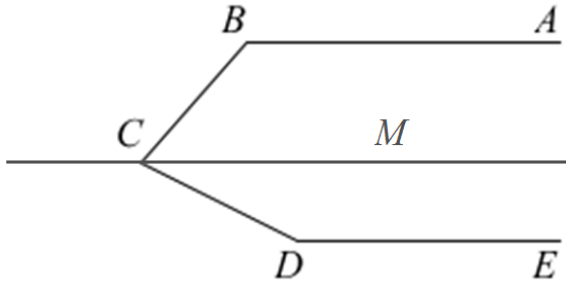


рис. 12

$\angle MCD = \angle BCD - \angle BCM = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$.

$\angle MCD$ і $\angle CDE$ – внутрішні односторонні кути, що утворені при перетині прямих CM і DE січною CD , причому $\angle MCD + \angle CDE = 20^\circ + 160^\circ = 180^\circ$. Звідси за ознаками паралельності прямих $CM \parallel DE$.

Отже, за побудовою $CM \parallel AB$, а за доведеним $CM \parallel DE$, тоді $AB \parallel DE$ (оскільки дві прямі, які паралельні третій, паралельні між собою).

Доведено.

$CM \parallel AB$ – за побудовою (див. рис. 12).

$\angle ABC$ і $\angle BCM$ – внутрішні односторонні кути, що утворені при перетині паралельних прямих AB і CM січною BC , тоді за їх властивістю: $\angle ABC + \angle BCM = 180^\circ$. Отримаємо, що $\angle BCM = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

$\angle BCD = \angle BCM + \angle MCD$, звідси

Трикутник та його елементи

Класифікація трикутників

I. За сторонами

- 1) різносторонній – трикутник, у якого всі три сторони різні;
- 2) рівнобедрений – трикутник, у якого дві сторони рівні між собою, а третя не дорівнює цим двом сторонам;
- 3) рівносторонній (правильний) – трикутник, у якого всі три сторони рівні.

II. За кутами

- 1) гострокутний – трикутник, у якого всі три кути гострі;
- 2) прямокутний – трикутник, у якого один кут прямий;
- 3) тупокутний – трикутник, у якого один кут тупий.

Властивості кутів трикутника

Теорема. Сума внутрішніх кутів будь-якого трикутника становить 180° .

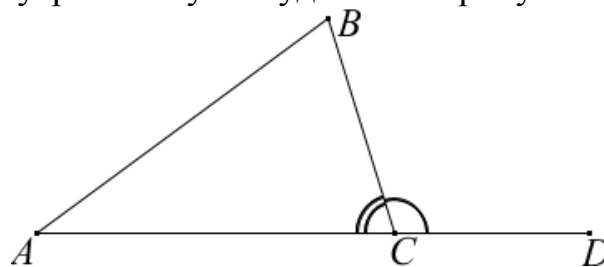


рис. 13

На рис. 13 $\angle A + \angle B + \angle BCD = 180^\circ$

Означення. Зовнішнім кутом трикутника називається кут між стороною трикутника та продовженням іншої сторони, що має з першою спільну вершину.

Зауважимо, що при одній вершині трикутника можна взяти два зовнішніх кути. Отже, трикутник містить шість зовнішніх кутів – при кожній вершині по два.

На рис. 13 $\angle BCD$ – один із зовнішніх кутів, що взятий при вершині C .

Теорема. Зовнішній кут трикутника дорівнює сумі двох інших внутрішніх кутів, не суміжних з ним.

На рис. 13 $\angle BCD = \angle A + \angle B$.

Нерівність трикутника

Теорема. (нерівність трикутника) Кожна сторона трикутника менша від суми двох інших сторін.

Теорема. У трикутнику проти більшої сторони лежить більший кут, і навпаки, проти більшого кута лежить більша сторона.

Наслідок. У трикутнику проти рівних сторін лежать рівні кути, і навпаки, проти рівних кутів лежать рівні сторони.

ЗАДАЧА 7. Чому дорівнює сума всіх зовнішніх кутів трикутника, узятих по одному при кожній вершині?

Розв'язання. Нехай маємо трикутник ABC ; $\angle FAC$, $\angle ABE$ і $\angle BCD$ – зовнішні кути, взяті при вершинах A , B та C відповідно (див. рис. 14).

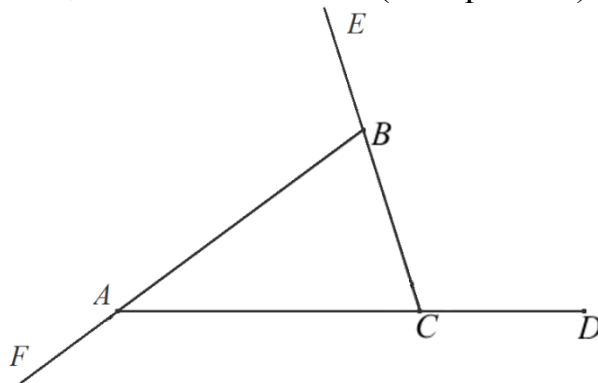


рис. 14

$\angle FAC$ і $\angle CAB$ – суміжні, то за їх властивістю $\angle FAC + \angle CAB = 180^\circ$, звідси $\angle FAC = 180^\circ - \angle CAB$. Аналогічно доводимо, що $\angle ABE = 180^\circ - \angle ABC$ і $\angle BCD = 180^\circ - \angle BCA$.

Тоді для даного трикутника сума всіх зовнішніх кутів, узятих по одному при кожній вершині, становитиме:

$$\angle FAC + \angle ABE + \angle BCD = (180^\circ - \angle CAB) + (180^\circ - \angle ABC) + (180^\circ - \angle BCA) = 540^\circ - (\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA).$$

Оскільки $\angle CAB$, $\angle ABC$ і $\angle BCA$ внутрішні кути трикутника, то за їх властивістю їх сума становить 180° , тобто $\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180^\circ$.

$$\text{Звідси } \angle FAC + \angle ABE + \angle BCD = 540^\circ - (\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA) = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ.$$

Отже, сума всіх зовнішніх кутів трикутника, узятих по одному при кожній вершині, становить 360° .

Відповідь: 360° .

Зауваження. Результат, отриманий в даній задачі, може бути використаний при розв'язанні інших задач.

Бісектриса, медіана і висота трикутника

	Означення	зображають на малюнку
Бісектриса	Бісектриса – це промінь, який виходить з вершини кута, проходить між його сторонами і ділить кут навпіл.	
	Усі бісектриси трикутника перетинаються в одній точці, яка називається інцентром .	
Медіана	Медіана – це відрізок, що сполучає дану вершину трикутника із серединою протилежної сторони трикутника.	
	Усі медіани трикутника перетинаються в одній точці, яка називається барицентром, центроїдом або центром мас .	
Висота	Висота – це перпендикуляр, проведений з даної вершини трикутника до прямої, що містить протилежну сторону трикутника.	
	Усі висоти трикутника перетинаються в одній точці, яка називається ортоцентром .	

ЗАДАЧА 8. У трикутнику ABC $\angle A : \angle B = 2 : 5$, $\angle B : \angle C = 5 : 11$. Знайти кут між висотою і бісектрисою, проведеними з вершини більшого кута.

Розв'язання. Знайдемо спочатку кути трикутника ABC .

За умовою $\angle A : \angle B = 2 : 5$. Нехай k – коефіцієнт пропорційності, тоді $\angle A = 2k^\circ$, а $\angle B = 5k^\circ$.

З умови задачі відомо, що $\angle B : \angle C = 5 : 11$. Запишемо дану рівність у вигляді $\frac{\angle B}{\angle C} = \frac{5}{11}$. Оскільки $\angle B = 5k^\circ$, то отримаємо пропорцію $\frac{5k^\circ}{\angle C} = \frac{5}{11}$. За властивістю пропорції: $\angle C = \frac{5k^\circ \cdot 11}{5} = 11k^\circ$.

За властивістю суми кутів трикутника $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$. Отримаємо рівняння:

$$\begin{aligned} 2k + 5k + 11k &= 180; \\ 18k &= 180; \\ k &= 10. \end{aligned}$$

Отже, $\angle A = 2k^\circ = 20^\circ$, $\angle B = 5k^\circ = 50^\circ$, $\angle C = 11k^\circ = 110^\circ$.

Тоді $\angle C$ – найбільший кут трикутника ABC і нам потрібно знайти кут між висотою і бісектрисою, що проведені з вершини C .

Нехай CH – висота, а CL – бісектриса трикутника ABC (див. рис. 15).

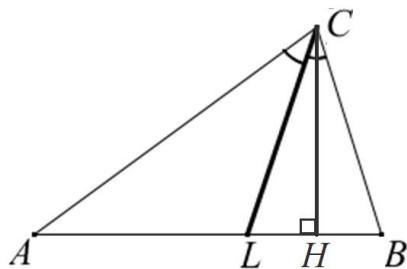


рис. 15

CL – бісектриса $\angle ACB$, тоді за її означенням $\angle ACL = \angle LCB = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot 110^\circ = 55^\circ$.

$\angle CLH$ – зовнішній кут трикутника ACL , тоді за його властивістю $\angle CLH = \angle A + \angle ACL = 20^\circ + 55^\circ = 75^\circ$.

CH – висота трикутника ABC , тоді за її означенням $CH \perp AB$, тобто $\angle CHL = 90^\circ$.

З $\triangle CHL$ за властивістю суми кутів трикутника $\angle CLH + \angle LHC + \angle LCH = 180^\circ$. Звідси $\angle LCH = 180^\circ - (\angle CLH + \angle LHC) = 180^\circ - (75^\circ + 90^\circ) = 180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$.

Відповідь: 15° .

Рівнобедрений трикутник

Означення. Трикутник, в якого дві сторони рівні, називають **рівнобедреним**.

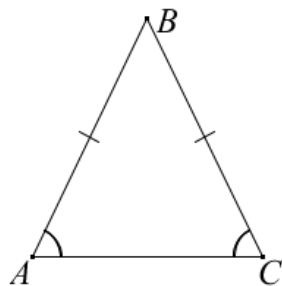


рис. 16

Рівні сторони рівнобедреного трикутника називають **бічними сторонами**, а третю сторону – **основою**.

Вершиною рівнобедреного трикутника називають спільну точку його бічних сторін.

На рис. 16 $\triangle ABC$ – рівнобедрений, сторона AC – основа, а AB та BC – бічні сторони.

Теорема (властивість кутів рівнобедреного трикутника). У рівнобедреному трикутнику кути при основі рівні.

Теорема (властивість медіани рівнобедреного трикутника). У рівнобедреному трикутнику медіана, проведена до основи, є бісектрисою і висотою.

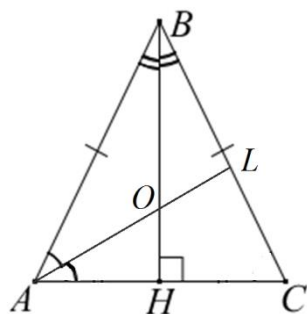
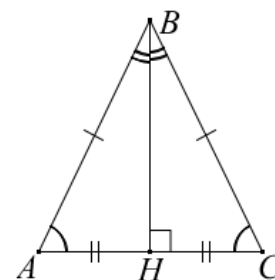


рис. 17

ЗАДАЧА 9. Один з кутів між бісектрисою кута при основі і бісектрисою кута при вершині рівнобедреного трикутника дорівнює 130° . Знайти кути трикутника.

Розв'язання. Нехай маємо рівнобедрений трикутник ABC з основою AC (див. рис. 17), AL – бісектриса кута при основі, BH – бісектриса кута при вершині, AL і BH перетинаються в точці O , $\angle AOB = 130^\circ$. Знайдемо кути трикутника.

$\angle AOB$ і $\angle AOH$ – суміжні, то за їх властивістю $\angle AOB + \angle AOH = 180^\circ$, звідси $\angle AOH = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$.

BH – бісектриса, що проведена до основи рівнобедреного трикутника, то за її властивістю BH є висотою, тобто $\angle AHB = 90^\circ$.

З $\triangle AOH$ за властивістю суми кутів трикутника $\angle OAH + \angle AHO + \angle AOH = 180^\circ$. Звідси $\angle OAH = 180^\circ - (\angle AHO + \angle AOH) = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$.

AL – бісектриса $\angle BAC$, тоді $\angle BAC = 2\angle OAH = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$.

Трикутник ABC рівнобедрений з основою AC , тоді за властивістю його кутів $\angle BAC = \angle C = 80^\circ$ (як кути при основі). З $\triangle ABC$ за властивістю суми кутів трикутника $\angle BAC + \angle ABC + \angle C = 180^\circ$, звідси $\angle ABC = 180^\circ - (\angle BAC + \angle C) = 180^\circ - (80^\circ + 80^\circ) = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$.

Відповідь: 80° ; 20° ; 80° .

Ознаки рівнобедреного трикутника

Теорема. Якщо у трикутнику два кути рівні, то він рівнобедрений.

Теорема. Трикутник рівнобедрений, якщо:

- одна з його висот є медіаною;
- одна з його медіан є бісектрисою;
- одна з його висот є бісектрисою.

Теорема. Трикутник рівнобедрений, якщо:

- дві його висоти рівні;
- дві його медіани рівні;
- дві його бісектриси рівні.

ЗАДАЧА 10. Точки M і N лежать на стороні AC трикутника ABC , причому $\angle ABM = \angle C$ і $\angle CBN = \angle A$. Доведіть, що трикутник BMN рівнобедрений.

Розв'язання. Нехай маємо трикутник ABC (див. рис. 18), точки M і N лежать на стороні AC трикутника ABC , причому $\angle ABM = \angle C$ і $\angle CBN = \angle A$.

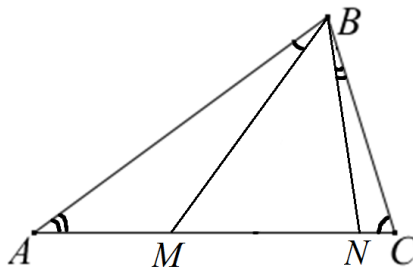


рис. 18

$\angle BMN$ – зовнішній кут трикутника ABM , тоді за його властивістю $\angle BMN = \angle A + \angle ABM$. Аналогічно $\angle BNM$ – зовнішній кут трикутника BNC , звідси $\angle BNM = \angle C + \angle NBC$.

Отримаємо, що $\angle BMN = \angle A + \angle ABM = \angle NBC + \angle C = \angle BNM$. Отже, $\angle BMN = \angle BNM$, тоді за ознакою трикутник BMN – рівнобедрений.

Доведено.

ЗАДАЧА 11. У трикутнику ABC $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, $AB - BC = 4$ см. Знайдіть бісектрису трикутника, проведену з вершини C .

Розв'язання. Нехай маємо трикутник ABC , у якого кут A дорівнює 40° , кут B дорівнює 20° , $AB - BC = 4$ см, а CL – бісектриса $\angle ACB$.

Для розв'язання даної задачі потрібно зробити побудову. Позначимо точку K , так, що $BK = BC$, і проведемо відрізок CK (див.рис. 19).

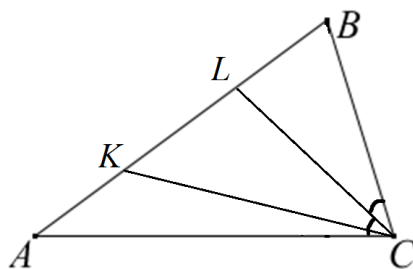


рис. 19

Тоді $AK = AB - BK = AB - BC = 4$ см.

З $\triangle ABC$ за властивістю суми кутів трикутника $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$, звідси $\angle ACB = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 180^\circ - (40^\circ + 20^\circ) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

$BK = BC$, звідси $\triangle BKC$ – рівнобедрений з основою KC , тоді за властивістю його кутів $\angle BKC = \angle BCK = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B) = \frac{1}{2}(180^\circ - 20^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 160^\circ = 80^\circ$. Звідси $\angle ACK = \angle ACB - \angle BCK = 120^\circ - 80^\circ = 40^\circ$.

$\angle ACK = \angle A = 40^\circ$, тоді за ознаками рівнобедреного трикутника $\triangle ACK$ – рівнобедрений з основою AC , звідси його бічні сторони рівні: $AK = KC = 4$ см.

CL – бісектриса $\angle ACB$, тоді за її означенням $\angle ACL = \angle LCB = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ$. Звідси $\angle KCL = \angle ACL - \angle ACK = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ$.

З $\triangle CKL$ за властивістю суми кутів трикутника $\angle CKL + \angle CLK + \angle KCL = 180^\circ$, звідси $\angle CLK = 180^\circ - (\angle CKL + \angle KCL) = 180^\circ - (80^\circ + 20^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

$\angle CLK = \angle CKL = 80^\circ$, тоді за ознаками рівнобедреного трикутника $\triangle CLK$ – рівнобедрений з основою LK , звідси його бічні сторони рівні: $LC = KC = 4$ см.

Відповідь: 4 см.

Домашнє завдання

1. Два кути мають спільну вершину, а їхня сума становить 180° . Чи можна стверджувати, що ці кути є суміжними?

Відповідь: ні, стверджувати так можна не завжди.

2. Обчисліть кут між бісектрисами вертикальних кутів.

Відповідь: 180° .

3. Два кути відносяться як $1 : 3$, а суміжні з ними – як $4 : 3$. Знайдіть дані кути.

Відповідь: 20° і 60° .

4. За даними рис. 20 обчисліть градусну міру кута x .

Відповідь: 80° .

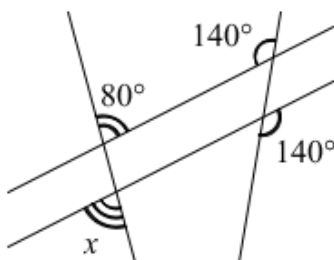


рис.20

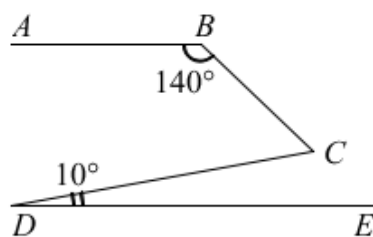


рис.21

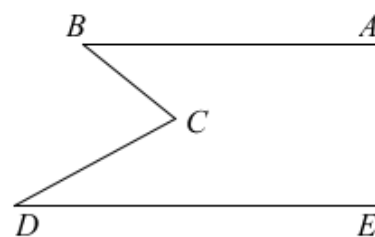


рис.22

5. На рис. 21 $BA \parallel DE$, $\angle ABC = 140^\circ$, $\angle CDE = 10^\circ$. Знайдіть градусну міру кута $B CD$.

Відповідь: 50° .

6. На рис. 22 $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle BCD = 70^\circ$ і $\angle CDE = 40^\circ$. Доведіть, що $AB \parallel DE$.

7. У трикутнику ABC : $\angle A : \angle B = 3 : 5$, $\angle B : \angle C = 5 : 10$. Знайти кут між висотою і бісектрисою, проведеними з вершини більшого кута.

Відповідь: 10° .

8. Доведіть, що кут між висотою і бісектрисою, проведеними з однієї вершини трикутника, дорівнює піврізниці двох інших його кутів.

9. У рівнобедреному трикутнику MKE ($MK = KE$) бісектриса кута E перетинає сторону MK у точці S . Знайдіть кути трикутника MKE , якщо $\angle KSE = 126^\circ$.

Відповідь: 84° ; 84° ; 12° .

10. На сторонах AC і BC трикутника ABC взято відповідно точки M і N , причому $MN \parallel AB$ і $MN = AM$. Знайдіть $\angle BAN$, якщо $\angle B = 45^\circ$ і $\angle C = 55^\circ$.

Відповідь: 40°

11. У рівнобедреному трикутнику ABC кут при вершині 36° , $AB = AC$, BL – бісектриса кута ABC , CN – бісектриса кута BCA . Знайти периметр трикутника ABC , якщо $BM = a$, $ML = b$.

Відповідь: $5a + 3b$.

Вказівка: потрібно розглянути такі рівнобедрені трикутники: $\triangle ALB$, $\triangle BMC$, $\triangle BLC$, $\triangle MLC$.

12. В трикутнику ABC $AB = BC$. З точки E на стороні AB опущено перпендикуляр ED на сторону BC . Виявилось, що $AE = ED$. Знайдіть $\angle DAC$, якщо кут B дорівнює 20° .

Відповідь: 45°

13. * Бісектриса внутрішнього кута при вершині A та бісектриса зовнішнього кута при вершині C трикутника ABC перетинаються в точці M . Знайдіть $\angle BMC$, якщо $\angle BAC = 40^\circ$.

Відповідь: 70°

Вказівка: бісектриси двох зовнішніх і третього внутрішнього кутів трикутника перетинаються в одній точці.