Лекція 4

Вимірювання кутів. Суміжні та вертикальні кути. Паралельні прямі. Ознаки паралельності двох прямих. Властивості паралельних прямих. Трикутник та його елементи. Сума кутів трикутника. Рівнобедрений трикутник.

Суміжні та вертикальні кути

<u>Означення</u>. Два променя, які мають спільний початок і утворюють пряму, називаються **доповняльними променями** (оскільки доповнюють один другого до прямої).

<u>Означення</u>. Два кути називаються **суміжними**, якщо у них одна сторона спільна, а дві інші є доповняльними променями.

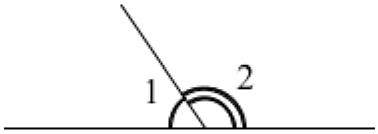


рис. 1

На рис. 1 $\angle 1$ і $\angle 2$ – суміжні.

<u>Теорема</u> ***(властивість суміжних кутів).*** Сума суміжних кутів дорівнює $180°$.

Тобто, якщо $\angle 1$ і $\angle 2$ – суміжні, то $\angle 1 + \angle 2 = 180°$.

<u>Означення</u>. Два кути називаються **вертикальними**, якщо сторони одного кута є доповняльними променями сторін другого.

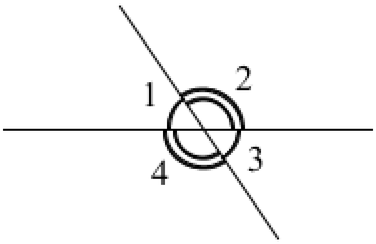


рис. 2

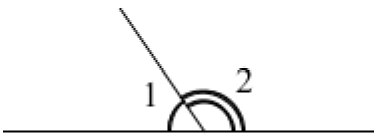
На рис. 2 є дві пари вертикальних кутів:
$\angle 1$ і $\angle 3$ – вертикальні
$\angle 1$ і $\angle 2$ – вертикальні.

<u>Теорема</u> ***(властивість вертикальних кутів).*** Вертикальні кути рівні.

Тобто, якщо $\angle 1$ і $\angle 3$ – вертикальні, то $\angle 1 = \angle 3$.

<u>ЗАДАЧА 1</u>. Два кути мають спільну сторону, а їхня сума становить $180°$. Чи можна стверджувати, що ці кути є суміжними?

Розв'язання. Можливо два варіанти.



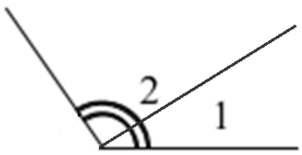


рис. 3 рис. 4

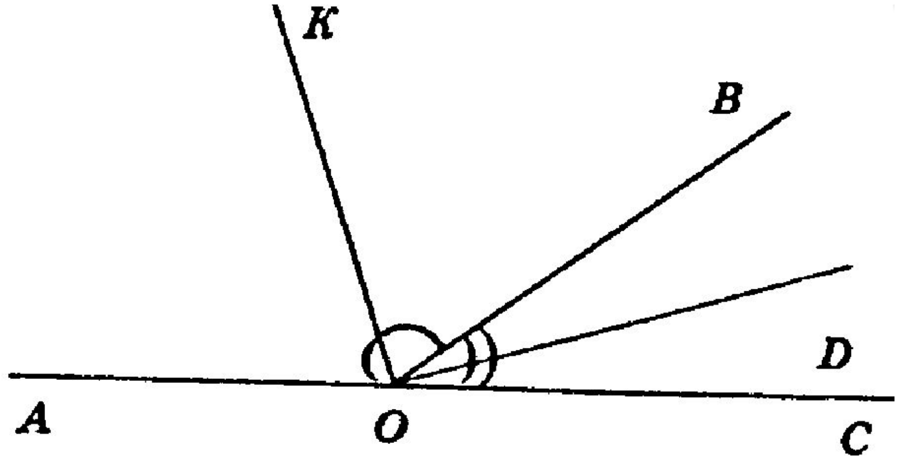
1) Дані кути лежать по різні боки від спільної сторони (див рис. 3). Тоді одна сторона у них спільна, а дві інші є доповняльними променями (оскільки за умовою сума кутів становить 180°). В даному випадку кути будуть суміжними.

2) Дані кути лежать по різні боки від спільної сторони (див рис. 4). Тоді одна сторона у них спільна, а дві інші не є доповняльними променями. В даному випадку кути не будуть суміжними.

Отже, кути не завжди будуть суміжними.

Відповідь: кути не завжди будуть суміжними.

<u>ЗАДАЧА 2</u>. Обчислити кут між бісектрисами суміжних кутів.



р

рис. 5

Розв'язання. Нехай $\angle AOB$ і $\angle BOC$ – суміжні, OK – бісектриса $\angle AOB$, OD – бісектриса $\angle BOC$ (див. рис. 5). Знайдемо кут між бісектрисами даних суміжних кутів, тобто $\angle KOD$.

За умовою OK – бісектриса $\angle AOB$, тоді за її означення $\angle AOK = \angle KOB$. Нехай $\angle AOK = \angle KOB = \alpha$. Також OD – бісектриса $\angle BOC$, тоді $\angle BOD = \angle DOC$. Нехай $\angle BOD = \angle DOC = \beta$.

$\angle AOB$ і $\angle BOC$ – суміжні, тоді за їх властивістю $\angle AOB + \angle BOC = 180°$. Але $\angle AOB + \angle BOC = (\angle AOK + \angle KOB) + (\angle BOD + \angle DOC) = 2\alpha + 2\beta = 180°$, звідси $\alpha + \beta = 90°$.

Отже, $\angle KOD = \angle KOB + \angle BOD = \alpha + \beta = 90°$.

Відповідь: 90°.

<u>ЗАДАЧА 3</u>. Два кути відносяться як $1 : 4$, а суміжні з ними – як $14 : 11$. Знайдіть дані кути.

Розв'язання. Нехай $\angle 1$ і $\angle 2$ – задані кути, а відповідно $\angle 3$ і $\angle 4$ – суміжні з ними, причому $\angle 1 : \angle 2 = 1 : 4$ і $\angle 3 : \angle 4 = 14 : 11$. Знайдемо $\angle 1$ і $\angle 2$.

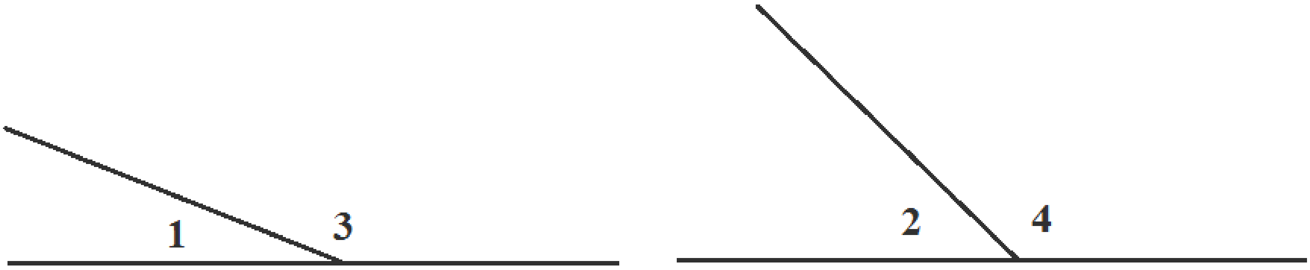


рис. 6

За умовою $\angle 1 : \angle 2 = 1 : 4$. Нехай x – коефіцієнт пропорційності, тоді $\angle 1 = x°$ і $\angle 2 = 4x°$.

$\angle 1$ і $\angle 3$ – суміжні, тоді за їх властивістю $\angle 1 + \angle 3 = 180°$, звідси $\angle 3 = 180° - \angle 1 = (180 - x)°$.

$\angle 2$ і $\angle 4$ – суміжні, тоді за їх властивістю $\angle 2 + \angle 4 = 180°$, звідси $\angle 4 = 180° - \angle 2 = (180 - 4x)°$.

За умовою $\angle 3 : \angle 4 = 14 : 11$, тоді можемо записати пропорцію

$$\frac{\angle 3}{\angle 4} = \frac{180 - x}{180 - 4x} = \frac{14}{11}.$$

Використовуючи властивість пропорції (у пропорції добуток крайніх членів дорівнює добутку середніх членів), отримаємо рівняння:

$$11(180 - x) = 14(180 - 4x);$$
$$1980 - 11x = 2520 - 56x;$$
$$45x = 540;$$
$$x = 12.$$

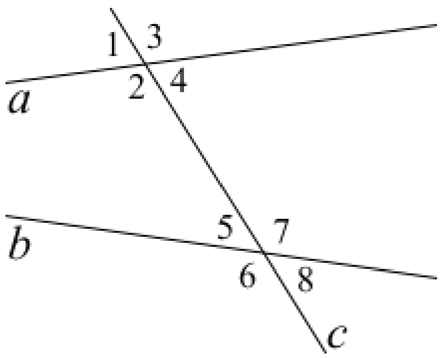
Отже, $\angle 1 = 12°$, а $\angle 2 = 48°$.

Відповідь: $12°$ та $48°$.

Паралельні прямі. Перетин двох прямих січною

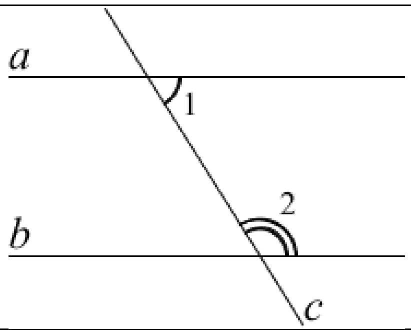
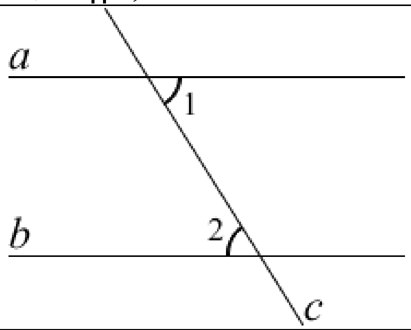
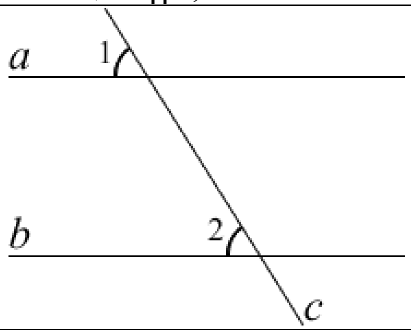
<u>Означення</u>. Дві прямі, які лежать в одній площині і не перетинаються, називаються **паралельними**.

<u>Означення</u>. Пряма c яка перетинає дві прямі a і b називається **січною** цих прямих.



Назва кута	Приклади
внутрішні односторонні	$\angle 2$ і $\angle 5$ $\angle 4$ і $\angle 7$
внутрішні різносторонні	$\angle 2$ і $\angle 7$ $\angle 4$ і $\angle 5$
відповідні	$\angle 1$ і $\angle 5$ $\angle 2$ і $\angle 6$ $\angle 3$ і $\angle 7$ $\angle 4$ і $\angle 8$

Кути при паралельних прямих і січній

<u>Теорема</u> (***властивість внутрішніх односторонніх кутів***). Якщо дві паралельні прямі перетнуті третьою прямою, то сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180°.	 Якщо $a \| b$, то $\angle 1 + \angle 2 = 180°$.
<u>Теорема</u> (***властивість внутрішніх різносторонніх кутів***). Якщо дві паралельні прямі перетнуті третьою прямою, то внутрішні різносторонні кути рівні.	 Якщо $a \| b$, то $\angle 1 = \angle 2$.
<u>Теорема</u> (***властивість відповідних кутів***). Якщо дві паралельні прямі перетнуті третьою прямою, то відповідні кути рівні.	 Якщо $a \| b$, то $\angle 1 = \angle 2$.

<u>ЗАДАЧА 3.</u> На рис. 7 $\boldsymbol{AB \parallel CD}$, $\boldsymbol{\angle BAO = 150°}$, $\boldsymbol{\angle OCD = 20°}$. Знайдіть градусну міру кута $\boldsymbol{AOC}$.

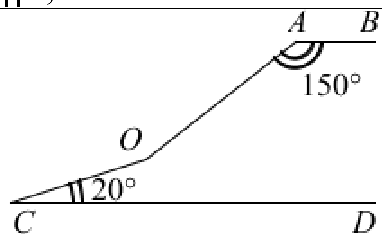


рис. 7

Розв'язання. Для розв'язання даної задачі потрібно зробити добудову.

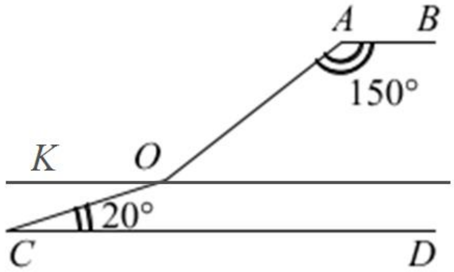


рис. 8

$KO \parallel AB$ – за побудовою (див. рис. 8). За умовою $AB \parallel CD$, тоді $KO \parallel CD$.

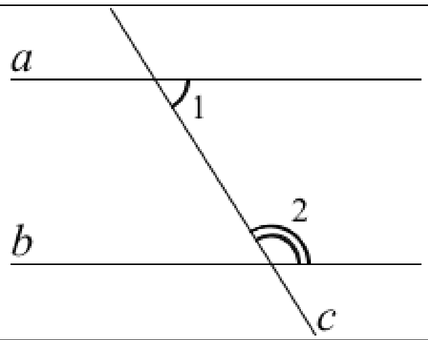
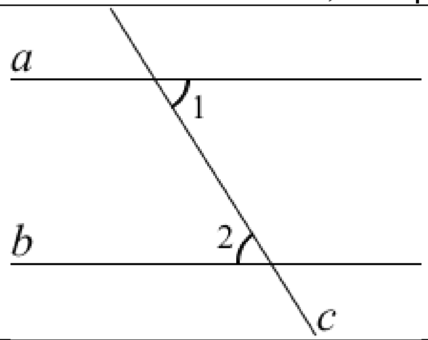
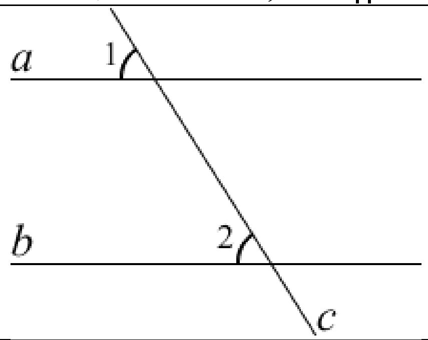
$\angle BAO = \angle KOA = 150°$ - як внутрішні різносторонні при $KO \parallel AB$ і січній AO.

$\angle OCD = \angle KOC = 20°$- як внутрішні різносторонні при $KO \parallel CD$ і січній CO.

Тоді $\angle AOC = \angle KOA + \angle KOC = 150° + 20° =$
$= 170°$.

Відповідь: 170°.

Ознаки паралельності прямих

<u>Теорема</u> (***ознака паралельності прямих за внутрішніми односторонніми кутами***). Якщо сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180°, то прямі паралельні.	 Якщо $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, то $a \parallel b$.
<u>Теорема</u> (***ознака паралельності прямих за внутрішніми різносторонніми кутами***). Якщо внутрішні різносторонні кути рівні, то прямі паралельні.	 Якщо $\angle 1 = \angle 2$, то $a \parallel b$.
<u>Теорема</u> (***ознака паралельності прямих за відповідними кутами***). Якщо відповідні кути рівні, то прямі паралельні.	 Якщо $\angle 1 = \angle 2$, то $a \parallel b$.

<u>ЗАДАЧА 5.</u> За даними рис. 9 обчисліть градусну міру кута x.

Розв'язання. Перед тим, як розв'язувати задачу, зробимо деякі позначення (див. рис. 10). На даному рисунку $\angle 1 = 70°$, $\angle 2 = 110°$, $\angle 3 = 130°$, а $\angle 5$ – шуканий.

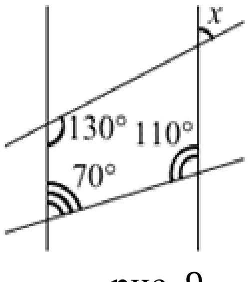


рис. 9

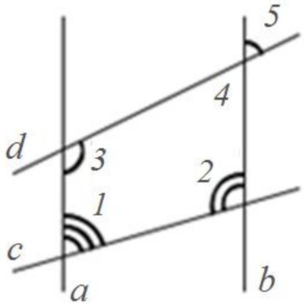


рис. 10

$\angle 1$ і $\angle 2$ – внутрішні односторонні кути, що утворені при перетині прямих a і b січною c, причому $\angle 1 + \angle 2 = 70° + 110° = 180°$. Звідси за ознаками паралельності прямих $a \parallel b$.

$\angle 3$ і $\angle 4$ – внутрішні односторонні кути, що утворені при перетині паралельних прямих a і b січною c, тоді за їх властивістю: $\angle 3 + \angle 4 = 180°$. Отримаємо, що $\angle 4 = 180° - \angle 3 = 180° - 130° = 50°$.

$\angle 4$ і $\angle 5$ – вертикальні, тоді за їх властивістю $\angle 5 = \angle 4 = 50°$.

Відповідь: 50°.

ЗАДАЧА 6. На рис. 11 $\angle ABC = 120°$, $\angle BCD = 80°$ і $\angle CDE = 160°$. Доведіть, що $AB \parallel DE$.

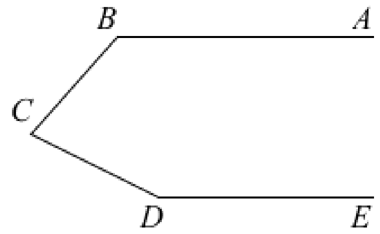


рис. 11

Розв'язання. Для розв'язання даної задачі потрібно зробити добудову.

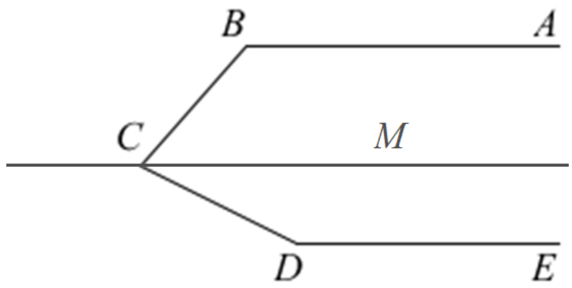


рис. 12

$CM \parallel AB$ – за побудовою (див. рис. 12).

$\angle ABC$ і $\angle BCM$ – внутрішні односторонні кути, що утворені при перетині паралельних прямих AB і CM січною BC, тоді за їх властивістю: $\angle ABC + \angle BCM = 180°$. Отримаємо, що $\angle BCM = 180° - \angle ABC = 180° - -120° = 60°$.

$\angle BCD = \angle BCM + \angle MCD$, звідси $\angle MCD = \angle BCD - \angle BCM = 80° - 60° = 20°$.

$\angle MCD$ і $\angle CDE$ – внутрішні односторонні кути, що утворені при перетині прямих CM і DE січною CD, причому $\angle MCD + \angle CDE = 20° + 160° = 180°$. Звідси за ознаками паралельності прямих $CM||DE$.

Отже, за побудовою $CM \parallel AB$, а за доведеним $CM||DE$, тоді $AB \parallel DE$ (оскільки дві прямі, які паралельні третій, паралельні між собою).

Доведено.

Трикутник та його елементи

Класифікація трикутників

<u>I. За сторонами</u>

1) різносторонній – трикутник, у якого всі три сторони різні;
2) рівнобедрений – трикутник, у якого дві сторони рівні між собою, а третя не дорівнює цим двом сторонам;
3) рівносторонній (правильний) – трикутник, у якого всі три сторони рівні.

<u>II. За кутами</u>

1) гострокутний – трикутник, у якого всі три кути гострі;
2) прямокутний – трикутник, у якого один кут прямий;
3) тупокутний – трикутник, у якого один кут тупий.

Властивості кутів трикутника

<u>Теорема</u>. Сума внутрішніх кутів будь-якого трикутника становить $180°$.

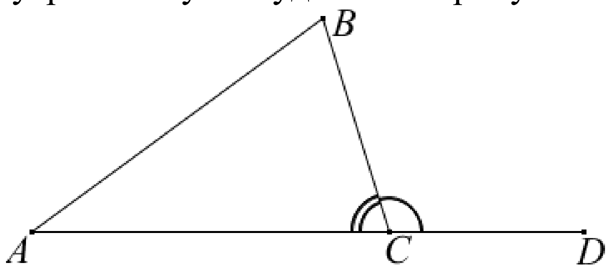


рис. 13

На рис. 13 $\angle A + \angle B + \angle BCD = 180°$

Означення. Зовнішнім кутом трикутника називається кут між стороною трикутника та продовженням іншої сторони, що має з першою спільну вершину.

Зауважимо, що при одній вершині трикутника можна взяти два зовнішніх кути. Отже, трикутник містить шість зовнішніх кутів – при кожній вершині по два.

На рис. 13 $\angle BCD$ – один із зовнішніх кутів, що взятий при вершині C.

Теорема. Зовнішній кут трикутника дорівнює сумі двох інших внутрішніх кутів, не суміжних з ним.

На рис. 13 $\angle BCD = \angle A + \angle B$.

Нерівність трикутника

Теорема. (***нерівність трикутника***) Кожна сторона трикутника менша від суми двох інших сторін.

Теорема. У трикутнику проти більшої сторони лежить більший кут, і навпаки, проти більшого кута лежить більша сторона.

Наслідок. У трикутнику проти рівних сторін лежать рівні кути, і навпаки, проти рівних кутів лежать рівні сторони.

ЗАДАЧА 7. Чому дорівнює сума всіх зовнішніх кутів трикутника, узятих по одному при кожній вершині?

Розв'язання. Нехай маємо трикутник ABC; $\angle FAC$, $\angle ABE$ і $\angle BCD$ – зовнішні кути, взяті при вершинах A, B та C відповідно (див. рис. 14).

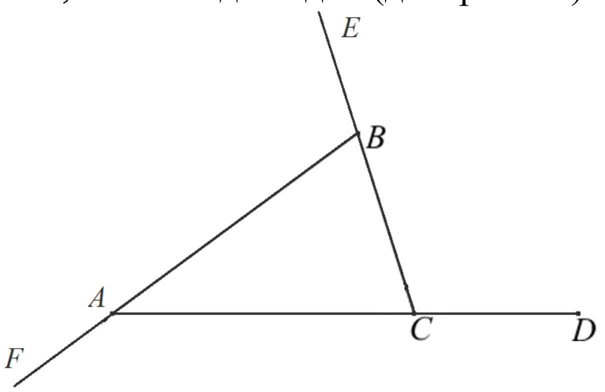


рис. 14

$\angle FAC$ і $\angle CAB$ – суміжні, то за їх властивістю $\angle FAC + \angle CAB = 180°$, звідси $\angle FAC = 180° - \angle CAB$. Аналогічно доводимо, що $\angle ABE = 180° - \angle ABC$ і $\angle BCD = 180° - \angle BCA$.

Тоді для даного трикутника сума всіх зовнішніх кутів, узятих по одному при кожній вершині, становитиме:

$\angle FAC + \angle ABE + \angle BCD = (180° - \angle CAB) + (180° - \angle ABC) + (180° - \angle BCA) = 540° - (\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA)$.

Оскільки $\angle CAB$, $\angle ABC$ і $\angle BCA$ внутрішні кути трикутника, то за їх властивістю їх сума становить $180°$, тобто $\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180°$.

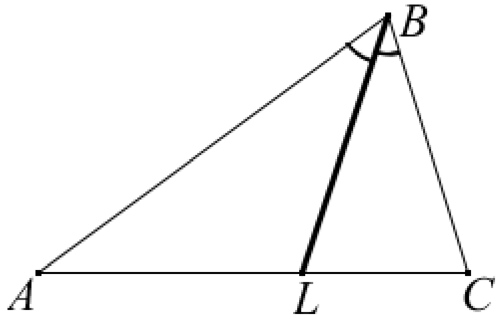
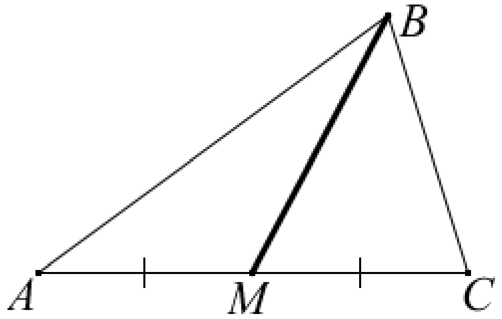
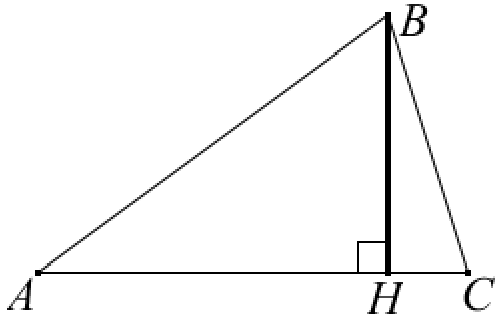
Звідси $\angle FAC + \angle ABE + \angle BCD = 540° - (\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA) = 540° - 180° = 360°$.

Отже, сума всіх зовнішніх кутів трикутника, узятих по одному при кожній вершині, становить $360°$.

Відповідь: $360°$.

Зауваження. Результат, що отриманий в даній задачі, може бути використаний при розв'язанні інших задач.

Бісектриса, медіана і висота трикутника

	Означення	зображають на малюнку
Бісектриса	**Бісектриса** – це промінь, який виходить з вершини кута, проходить між його сторонами і ділить кут навпіл.	
	Усі бісектриси трикутника перетинаються в одній точці, яка називається **інцентром**.	
Медіана	**Медіана** – це відрізок, що сполучає дану вершину трикутника із серединою протилежної сторони трикутника.	
	Усі медіани трикутника перетинаються в одній точці, яка називається **барицентром, центроїдом або центром мас**.	
Висота	**Висота** – це перпендикуляр, проведений з даної вершини трикутника до прямої, що містить протилежну сторону трикутника.	
	Усі висоти трикутника перетинаються в одній точці, яка називається **ортоцентром**.	

ЗАДАЧА 8. У трикутнику ABC $\angle A:\angle B = 2:5$, $\angle B:\angle C = 5:11$. Знайти кут між висотою і бісектрисою, проведеними з вершини більшого кута.

Розв'язання. Знайдемо спочатку кути трикутника ABC.

За умовою $\angle A:\angle B = 2:5$. Нехай k – коефіцієнт пропорційності, тоді $\angle A = 2k°$, а $\angle B = 5k°$.

З умови задачі відомо, що $\angle B:\angle C = 5:11$. Запишемо дану рівність у вигляді $\frac{\angle B}{\angle C} = \frac{5}{11}$. Оскільки $\angle B = 5k°$, то отримаємо пропорцію $\frac{5k°}{\angle C} = \frac{5}{11}$. За властивістю пропорції: $\angle C = \frac{5k°\cdot 11}{5} = 11k°$.

За властивістю суми кутів трикутника $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$. Отримаємо рівняння:

$$2k + 5k + 11k = 180;$$
$$18k = 180;$$
$$k = 10.$$

Отже, $\angle A = 2k° = 20°$, $\angle B = 5k° = 50°$, $\angle C = 11k° = 110°$.

Тоді $\angle C$ – найбільший кут трикутника ABC і нам потрібно знайти кут між висотою і бісектрисою, що проведені з вершини C.

Нехай CH – висота, а CL – бісектриса трикутника ABC (див. рис. 15).

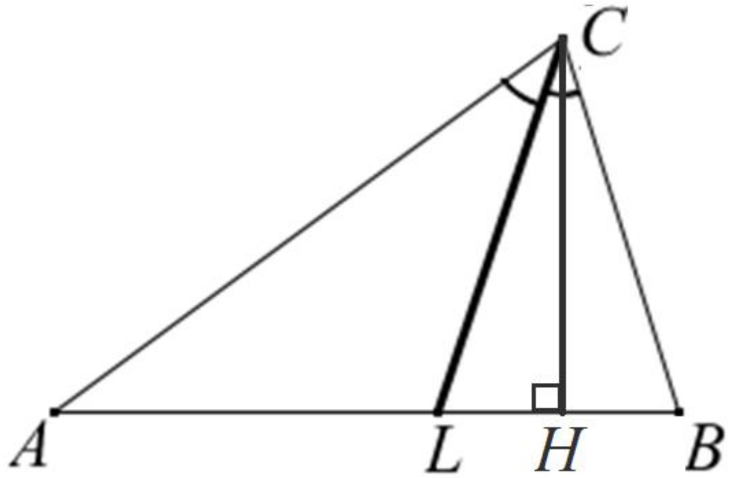


рис. 15

CL – бісектриса $\angle ACB$, то за її означенням $\angle ACL = \angle LCB = \frac{1}{2}\angle ACB =$
$= \frac{1}{2} \cdot 110° = 55°$.

$\angle CLH$ – зовнішній кут трикутника ACL, то за його властивістю $\angle CLH =$
$= \angle A + \angle ACL = 20° + 55° = 75°$.

CH – висота трикутника ABC, то за її означенням $CH \perp AB$, тобто $\angle CHL = 90°$.

З $\Delta\ CHL$ за властивістю суми кутів трикутника $\angle CLH + \angle LHC + \angle LCH =$
$= 180°$. Звідси $\angle LCH = 180° - (\angle CLH + \angle LHC) = 180° - (75° + 90°) = 180° -$
$-165° = 15°$.

Відповідь: $15°$.

Рівнобедрений трикутник

<u>Означення</u>. Трикутник, в якого дві сторони рівні, називають **рівнобедреним**.

Рівні сторони рівнобедреного трикутника називають **бічними сторонами**, а третю сторону – **основою**.

Вершиною рівнобедреного трикутника називають спільну точку його бічних сторін.

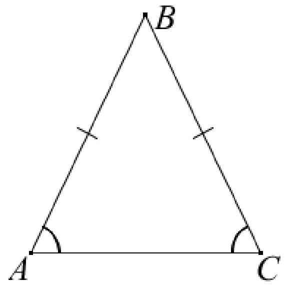
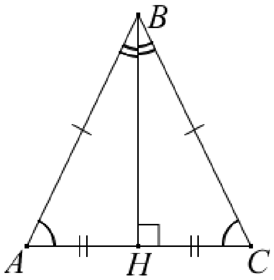


рис. 16

На рис. 16 $\Delta\ ABC$ – рівнобедрений, сторона AC - основа, а AB та BC – бічні сторони.



<u>Теорема</u> (***властивість кутів рівнобедреного трикутника***).
У рівнобедреному трикутнику кути при основі рівні.

<u>Теорема</u> (***властивість медіани рівнобедреного трикутника***). У рівнобедреному трикутнику медіана, проведена до основи, є бісектрисою і висотою.

<u>ЗАДАЧА 9.</u> Один з кутів між бісектрисою кута при основі і бісектрисою кута при вершині рівнобедреного трикутника дорівнює $130°$. Знайти кути трикутника.

Розв'язання. Нехай маємо рівнобедрений трикутник ABC з основою AC(див. рис. 17), AL – бісектриса кута при основі, BH – бісектриса кута при вершині, AL і BH перетинаються в точці O, $\angle AOB = 130°$. Знайдемо кути трикутника.

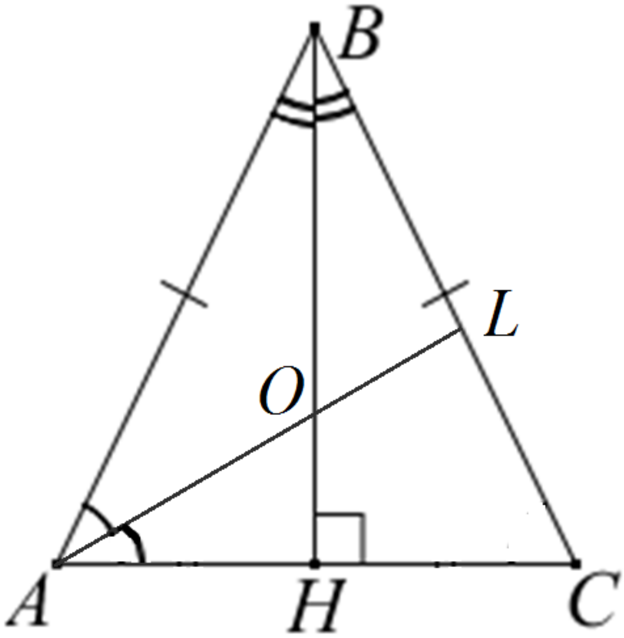


рис. 17

$\angle AOB$ і $\angle AOH$ – суміжні, то за їх властивістю $\angle AOB + \angle AOH = 180°$, звідси $\angle AOH = 180° - \angle AOB = 180° - 130° = 50°$.

BH – бісектриса, що проведена до основи рівнобедреного трикутника, то за її властивістю BH є висотою, тобто $\angle AHB = 90°$.

З $\Delta\, AOH$ за властивістю суми кутів трикутника $\angle OAH + \angle AHO + \angle AOH = 180°$. Звідси $\angle OAH = 180° - (\angle AHO + \angle AOH) = 180° - (50° + 90°) = 180° - 140° = 40°$.

AL – бісектриса $\angle BAC$, тоді $\angle BAC = 2\angle OAH = 2 \cdot 40° = 80°$.

Трикутник ABC рівнобедрений з основою AC, тоді за властивістю його кутів $\angle BAC = \angle C = 80°$ (як кути при основі). З $\Delta\, ABC$ за властивістю суми кутів трикутника $\angle BAC + \angle ABC + \angle C = 180°$, звідси $\angle ABC = 180° - (\angle BAC + \angle C) = 180° - (80° + 80°) = 180° - 160° = 20°$.

Відповідь: 80°; 20°; 80°.

Ознаки рівнобедреного трикутника

<u>Теорема</u>. Якщо у трикутнику два кути рівні,то він рівнобедрений.

<u>Теорема</u>. Трикутник рівнобедрений, якщо:

- одна з його висот є медіаною;
- одна з його медіан є бісектрисою;

- одна з його висот є бісектрисою.

Теорема. Трикутник рівнобедрений, якщо:

- дві його висоти рівні;
- дві його медіани рівні;
- дві його бісектриси рівні.

ЗАДАЧА 10. Точки M і N лежать на стороні AC трикутника ABC, му $\angle ABM = \angle C$ і $\angle CBN = \angle A$. Доведіть, що трикутник BMN рівнобедрений.

Розв'язання. Нехай маємо трикутник ABC (див. рис. 18), точки M і N лежать на стороні AC трикутника ABC, причому $\angle ABM = \angle C$ і $\angle CBN = \angle A$.

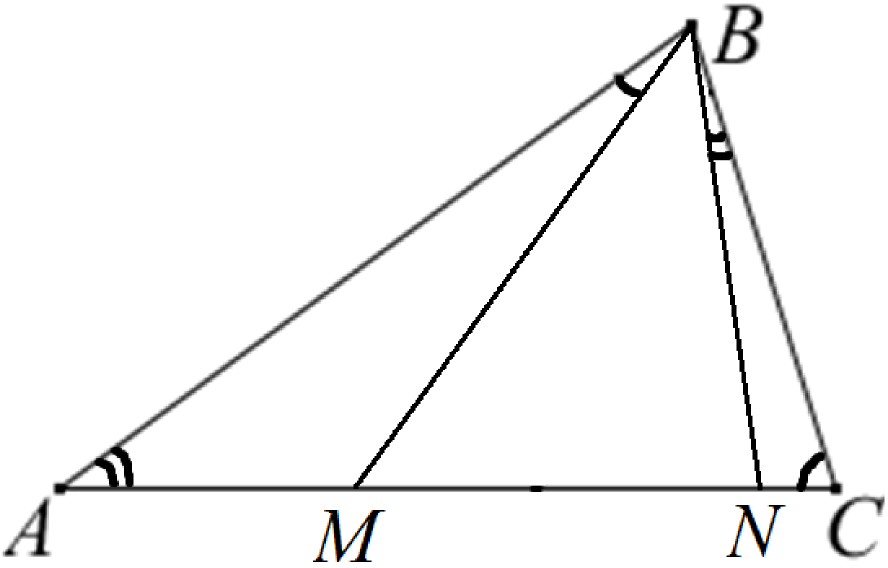


рис. 18

$\angle BMN$ – зовнішній кут трикутника ABM, тоді за його властивістю $\angle BMN = \angle A + \angle ABM$. Аналогічно $\angle BNM$ – зовнішній кут трикутника BNC, звідси $\angle BNM = \angle C + \angle NBC$.

Отримаємо, що $\angle BMN = \angle A + \angle ABM = \angle NBC + \angle C = \angle BNM$. Отже, $\angle BMN = \angle BNM$, тоді за ознакою трикутник BMN – рівнобедрений.

Доведено.

ЗАДАЧА 11. У трикутнику ABC $\angle A = 40°$, $\angle B = 20°$, $AB - BC = 4$ см. Знайдіть бісектрису трикутника, проведену з вершини C.

Розв'язання. Нехай маємо трикутник ABC, у якого кут A дорівнює $40°$, кут B дорівнює $20°$, $AB - BC = 4$ см, а CL – бісектриса $\angle ACB$.

Для розв'язання даної задачі потрібно зробити добудову. Позначимо точку K, так, що $BK = BC$, і проведемо відрізок CK (див.рис. 19).

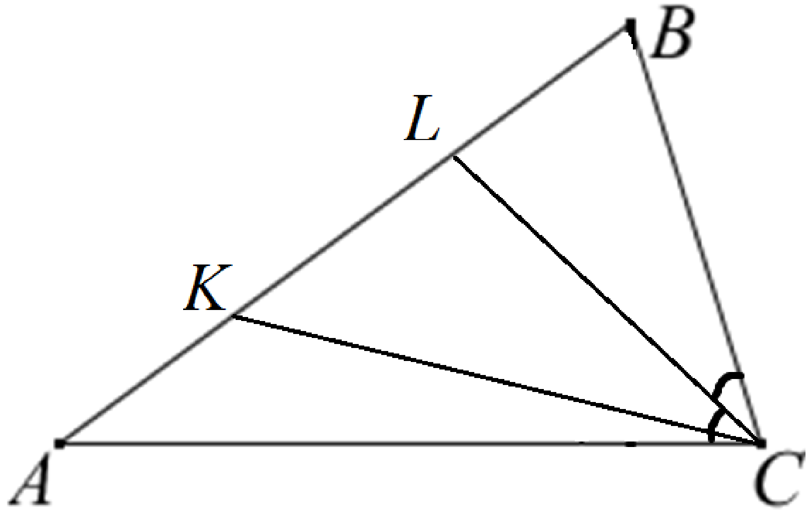


рис. 19

Тоді $AK = AB - BK = AB - BC = 4$ см.

З $\triangle ABC$ за властивістю суми кутів трикутника $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180°$, звідси $\angle ACB = 180° - (\angle A + \angle B) = 180° - (40° + 20°) = 180° - 60° = 120°$.

$BK = BC$, звідси $\triangle BKC$ – рівнобедрений з основою KC, тоді за властивістю його кутів $\angle BKC = \angle BCK = \frac{1}{2}(180° - \angle B) = \frac{1}{2}(180° - 20°) = \frac{1}{2} \cdot 160° = 80°$. Звідси $\angle ACK = \angle ACB - \angle BCK = 120° - 80° = 40°$.

$\angle ACK = \angle A = 40°$, тоді за ознаками рівнобедреного трикутника $\triangle ACK$ – рівнобедрений з основою AC, звідси його бічні сторони рівні: $AK = KC = 4$ см.

CL – бісектриса $\angle ACB$, тоді за її означенням $\angle ACL = \angle LCB = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot 120° = 60°$. Звідси $\angle KCL = \angle ACL - \angle ACK = 60° - 40° = 20°$.

З $\triangle CKL$ за властивістю суми кутів трикутника $\angle CKL + \angle CLK + \angle KCL = 180°$, звідси $\angle CLK = 180° - (\angle CKL + \angle KCL) = 180° - (80° + 20°) = 180° - 100° = 80°$.

$\angle CLK = \angle CKL = 80°$, тоді за ознаками рівнобедреного трикутника $\triangle CLK$ – рівнобедрений з основою LK, звідси його бічні сторони рівні: $LC = KC = 4$ см.

Відповідь: 4 см.

Домашнє завдання

1. Два кути мають спільну вершину, а їхня сума становить $180°$. Чи можна стверджувати, що ці кути є суміжними?

   Відповідь: ні, стверджувати так можна не завжди.

2. Обчисліть кут між бісектрисами вертикальних кутів.

   Відповідь: $180°$.

3. Знайдіть суміжні кути, якщо один із них на $30°$ більший від потроєної піврізниці цих кутів.

   Відповідь: $75°$ і $105°$.

4. Два кути відносяться як $1 : 3$, а суміжні з ними – як $4 : 3$. Знайдіть дані кути.

   Відповідь: $20°$ і $60°$.

5. За даними рис. 1 обчисліть градусну міру кута x.

Відповідь: 80°.

6. На рис. 2 $BA \parallel DE$, $\angle ABC = 140°$, $\angle CDE = 10°$. Знайдіть градусну міру кута BCD.

Відповідь: 50°.

7. На рис. 3 $\angle ABC = 30°$, $\angle BCD = 70°$ і $\angle CDE = 40°$. Доведіть, що $AB \parallel DE$.

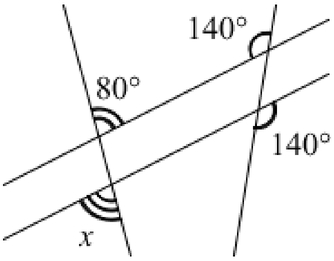


рис.1

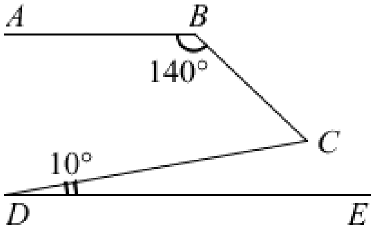


рис.2

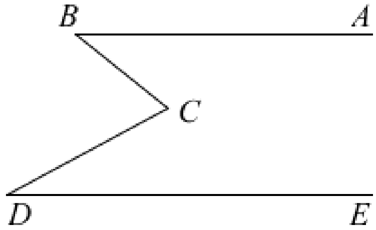


рис.3

8. У трикутнику ABC: $\angle A : \angle B = 3:5$, $\angle B : \angle C = 5:10$. Знайти кут між висотою і бісектрисою, проведеними з вершини більшого кута.

Відповідь: 10°.

9. Доведіть, що кут між висотою і бісектрисою, проведеними з однієї вершини трикутника, дорівнює піврізниці двох інших його кутів.

10. У рівнобедреному трикутнику MKE ($MK = KE$) бісектриса кута E перетинає сторону MK у точці C. Знайдіть кути трикутника MKE, якщо $\angle KCE = 126°$.

Відповідь: 84°; 84°; 12°.

11. На сторонах AC і BC трикутника ABC взято відповідно точки M і N, причому $MN || AB$ і $MN = AM$. Знайдіть $\angle BAN$, якщо $\angle B = 45°$ і $\angle C = 55°$.

Відповідь: 40°

12. У рівнобедреному трикутнику ABC кут при вершині 36°, $AB = AC$, BL – бісектриса кута ABC, CM – бісектриса кута BCA. Знайти периметр трикутника ABC, якщо $BM = a$, $ML = b$.

Відповідь: $5a + 3b$.

Вказівка: потрібно розглянути такі рівнобедрені трикутники: $\triangle ALB$,
$\triangle BMC$, $\triangle BLC$, $\triangle MLC$.

13. В трикутнику ABC $AB = BC$. З точки E на стороні AB опущено перпендикуляр ED на сторону BC. Виявилось, що $AE = ED$. Знайдіть DAC, якщо кут B дорівнює 20°.

Відповідь: 45°

14. * Бісектриса внутрішнього кута при вершині A та бісектриса зовнішнього кута при вершині C трикутника ABC перетинаються в точці M. Знайдіть $\angle BMC$, якщо $\angle BAC = 40°$.

Відповідь: 70°

Вказівка: бісектриси двох зовнішніх і третього внутрішнього кутів трикутника перетинаються в одній точці.