

Завдання 2. Лінійні рівняння з однією змінною

Основні теоретичні відомості

Модулі

Теорема 1. Нехай $f(x)$ деякий вираз, що містить змінну x . Тоді:

- рівняння $|f(x)| = 0$ рівносильне рівнянню $f(x) = 0$;

- рівняння $|f(x)| = a$, де $a > 0$ рівносильне сукупності рівнянь $\begin{cases} f(x) = a \\ f(x) = -a \end{cases}$;

- рівняння $|f(x)| = a$, де $a < 0$ немає розв'язку.

Теорема 2. Нехай $f(x)$ і $g(x)$ деякі вирази, що містять змінну x . Тоді

рівняння $|f(x)| = |g(x)|$ рівносильне сукупності рівнянь $\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$.

Алгоритм розв'язування лінійних рівнянь з параметрами

Рівняння виду $ax = b$, у якому a і b – деякі відомі числа, а x – змінна, називають **лінійним рівнянням з однією змінною**.

Якщо $a \neq 0$, то $x = -\frac{b}{2a}$ – єдиний корінь рівняння;

якщо $a = 0$ і $b \neq 0$ – рівняння коренів немає;

якщо $a = 0$ і $b = 0$ – рівняння має безліч коренів.

Завдання

1. Розв'яжіть рівняння: $1\frac{2}{3}\left(2\frac{4}{5} - 15x\right) + 29\frac{1}{9} = -\frac{8}{9} - \left(8x - \frac{2}{3}\right)$.

2. Периметр прямокутника дорівнює 28 см. Якщо дві протилежні його сторони збільшити на 6 см, а дві інші зменшити на 2 см, то його площа збільшиться на 24 см². Знайти сторони даного прямокутника.

3. Знайти три послідовних непарних числа, сума яких дорівнює 123.

4. Підприємець поклав у банк 3000 грн., причому по одній частині вкладу йому нараховували 7% річних, а по другій – 8% річних. Через рік він одержав 222 грн. прибутку. Знайдіть, яку суму було внесено на кожний вид вкладу.

5. Спростити вираз: 1) $\frac{(-3^{11})^2 \cdot (9^4)^2 \cdot (-3^4)^3}{27^3 \cdot 81^3 \cdot (9^6)^3}$; 2) $\frac{10^3 \cdot 9^2}{6^3 \cdot 5^2}$; 3) $\frac{45^{10}}{3^{18} \cdot 5^{11}}$.

6. Чому дорівнює значення виразу: $\frac{2^{2019} - 2^{2018}}{2^{2018} + 2^{2019}}$?

7. Доведіть, що вираз $7a^4(a+3) - a^3(21a + 7a^2 - 3a^5) + 2$ набуває додатного значення при будь-якому значенні a . Якого найменшого значення набуває цей вираз і при якому значенні a ?

8. Розв'яжіть рівняння: а) $(-4x - 3)(3|x| + 0,6) = 0$; б) $|2x - 1| - 4(1 - |2x - 1|) = 6$;

в) $\|x - 2| - 3| = 1$; г) $|3x - 1| = |2x + 4|$; д) $2(x - 5) - 6|x| = -18$;

е) $\|x| - 1| = |x - 1|$.

9. При якому значенні a рівняння $7a + x(a - 3) = 8\left(a - \frac{1}{4} - \frac{3}{8}x\right) + 2$ має безліч розв'язків?
10. При якому значенні a рівняння $3a + a(x + 2) = 4(-x + a) + 5$ не має розв'язків?
11. При яких цілих значеннях b рівняння $(b + 4) \cdot x = 49$ матиме натуральні розв'язки?
12. При яких цілих значеннях a корінь рівняння $(a - 5)x + 6 = 0$ є цілим числом?
13. При яких цілих значеннях a корінь рівняння $x + 7a = 9$ є цілим числом, що ділиться на 2?
14. На озері плавали лебеді, відношення кількості білих лебедів до чорних складає $5 : 2$. В одну мить в небо піднялися та полетіли з озера 25% білих та 15% чорних лебедів. Яка найменша кількість лебедів могла бути на озері з самого початку?