

Завдання 1. Розклад на множники**Основні теоретичні відомості****Формули скороченого множення**

1. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
2. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
3. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
4. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
5. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
6. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
7. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Завдання

1. Спростити вираз: $x^{n+1}(x^{n+6} - 1) - x^{n+2}(x^{n+5} - x^3)$, де n – натуральне число.
2. Обчисліть значення виразу: 1) $\frac{2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}}$; 2) $\frac{5^{17} \cdot (5^4)^5}{(5^4)^8 \cdot 5}$;
- 3) $\frac{63^{18}}{3^{35} \cdot 7^{17}}$; 4) $\frac{3,1^3 - 1,9^3}{1,55^2 - 0,95^2}$.
3. Що більше: а) 3^{200} чи 2^{300} ; б) 126^{13} чи 24^{18} ; в) 5^{111} чи 11^{70} ; г) 5^{99} чи 2^{234} ?
4. Порівняйте два числа: 2^{2015} та $3^{303} \cdot 4^{404} \cdot 5^{505}$.
5. Знайдіть значення виразу: $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1) - 2^{64}$.
6. Розв'язати рівняння: $x^4 - 10x^3 + 250x - 625 = 0$.
7. Розкладіть на множники: 1) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$; 2) $x^5 + x + 2$;
3) $n^4 + 324$; 4) $x^3 - 3xy^2 - 2y^2$; 5) $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$;
6) $12z^5 + 1 - 4z^3 - 3z^2$; 7) $p^4 + 4p^3 + 4p^2 - 9$;
8) $24c^2d + 12c^2 - 8cd^2 - 4cd$; 9) $2t^3 + 3t^2 + 3t + 1$.
8. Знайдіть значення виразу:
 - 1) $a + b + c$, якщо $a + b = -6$, $a + c = 13$, $b + c = 4$;
 - 2) $x^2 + x - 4xy - 2y + 4y^2$, якщо $x - 2y = 14$;
 - 3) $a^2 + b^2$, якщо $a - b = 5$, $ab = 6$;
 - 4) $a - b$, якщо $a^3 - b^3 = 4$ і $ab^2 - a^2b = 1$.
9. Для дійсних чисел x, y, z відомо, що $x + y + z = 13$, $xyz = 72$,
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{4}$. Чому дорівнює значення виразу $x^2 + y^2 + z^2$?
10. Доведіть, що якщо $a + b + c = 0$, то $ab + bc + ca \leq 0$.
11. Відомо, що $a^2 + b^2 = 5$, $ab = 2$. Знайти:
 - 1) $a + b$; 2) $|a - b|$; 3) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$; 4) $a^3 + b^3$; 5) $a^4 + b^4$; 6) $a^2b + ab^2$.

12. Знайдіть усі пари цілих чисел a, b , для яких $a^2(2a - b) + b^2(2b - a) = 0$.

13. Знайти значення виразів:

а) $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2019}\right)$; б) $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2017 \cdot 2019}$.

14. Який з двох виразів більший: $\left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{7}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{2}{55}\right)$ чи $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{55}\right)$? Відповідь поясніть.

15. Доведіть, що вираз $59^{11} - 10 \cdot 7^{19} + 10 \cdot 7^{20} + 59^{10}$ ділиться:

1) на 60;

2) на 120.

16. Доведіть, що при будь-якому натуральному значенні n значення виразу $n^4(5n - 2) + n^3(5 + 2n)^2 - 2n(7n^2 + 1)$ кратне 12.

17. Знайдіть усі такі трицифрові числа, які при множенні на 7 стають точним кубом натурального числа.